

METHODE NUMERIQUE POUR L'ANALYSE DYNAMIQUE DU FLAMBAGE DES POTEAUX DE LA BARRIERE SOUPLE C2ROP

NUMERICAL METHOD FOR DYNAMIC BUCKLING ANALYSIS OF THE POST IN C2ROP FLEXIBLE BARRIER

Ali OSAIRAN^{1,2}, Marie-Aurèlie CHANUT¹, Marion BOST²

¹ Cerema, Equipe GéoCoD, 25 Avenue François Mitterrand, 69674 Bron Cedex, France

² Université Gustave Eiffel, GERS, RRO, 25 Avenue François Mitterrand, 69675 Bron Cedex, France

RÉSUMÉ – Dans cette étude, un modèle numérique est développé pour analyser la réponse des poteaux lors de l'impact d'un bloc sur une barrière souple. En utilisant l'équation dynamique d'Euler-Bernoulli, la méthode des différences finies est utilisée pour simuler le comportement de flambage du poteau sous différentes positions d'impact. Le modèle simule efficacement l'effet de la position d'impact du bloc sur la réponse du poteau.

ABSTRACT – In this study, a numerical model for analyzing the response of posts is developed with an impact in the flexible barrier. Using the dynamic Euler-Bernoulli equation, the finite difference method is employed to simulate the post's response relative to buckling under different impact positions. The model effectively simulates the effect of the impact position of block on the response of the post.

1. Introduction

Les barrières souples sont largement utilisées dans les régions montagneuses pour protéger les voies ferrées, les autoroutes et autres infrastructures contre les dommages causés par les risques gravitaires tels que les chutes de pierres. En général, ces structures de protection sont composées de filets, de câbles, de poteaux, de dispositifs de freinage et d'ancrages. Lors de l'impact, les charges, qui sont dynamiques, sont transférées via la structure jusqu'aux ancrages. Par conséquent, chaque composant de la structure a un rôle spécifique dans la dissipation de l'énergie et/ou le transfert des charges aux autres composants.

Les poteaux en acier sont les structures qui maintiennent le filet en place. Dans ce cadre, ils reçoivent des charges de compression et des charges latérales via les câbles qu'ils transfèrent aux ancrages en pied. Au cours de ce processus de transfert de charge, le poteau peut subir un flambage dynamique, un phénomène par lequel le poteau se déforme rapidement de manière souvent complexe. Historiquement, le phénomène de flambage des poteaux a été observé dans divers événements catastrophiques. Dans (Yu et al., 2019), les modes de défaillance de trois barrières flexibles sur trois sites différents en Chine ont été décrits. Sur chaque site étudié, il a été observé que les poteaux en acier se déformaient souvent après que la barrière ait été impactée par des chutes de pierres : la défaillance par flambage des poteaux en acier représentait un taux allant jusqu'à 80 % tout au long de cette étude. Le flambage a donc été identifié comme la principale raison de la défaillance globale de la barrière, puisque les poteaux d'acier n'ont pas été directement touchés par des chutes de pierres.

Des recherches approfondies ont été menées pour comprendre le comportement de flambage des poteaux dans diverses structures. Les premières études sur le flambement dynamique se sont concentrées sur des modèles structurels simples, des systèmes à 1 ou 2 degrés de liberté. L'objectif de ces modèles était de déduire une corrélation entre les charges de flambement dynamique et statique (Budiansky et Hutchinson, 1966), (Jones et

al., 1980). Cependant, 1 ou 2 degrés de liberté ne sont pas suffisants pour rendre compte du comportement sur toute la longueur d'un poteau d'une barrière flexible. De plus, les conditions de chargement étudiées (durée infinie, chargement par paliers) ne sont pas représentatives des chargements subis par le poteau lors d'un impact rocheux dans une barrière.

Afin de décrire le comportement d'un poteau soumis à une charge axiale dynamique, le flambement dynamique d'Euler-Bernoulli d'un poteau élastique 1D simplement appuyé a été dérivé et résolu analytiquement (Cui et al., 2002). Malgré l'analyse complète réalisée, le calcul du déplacement dans l'espace et le temps est assez complexe sur le plan analytique. De plus, l'expression analytique du déplacement transversal est fonction d'une charge axiale prédéfinie. Dans notre cas d'application, la définition des charges appliquées sur les poteaux dans le cas d'un impact rocheux n'est pas explicite en raison de la variabilité présente dans les scénarios réels où les impacts sont possibles en tout point de la structure.

Pour dépasser les limites des approches analytiques, des modèles numériques ont été utilisés pour résoudre l'équation de flambage dynamique lors d'impacts axiaux directs de masses sur la tête du poteau avec des vitesses connues (Hayashi et Sano, 1972), (Zhang et al., 2018). Cependant, dans notre cas, les blocs rocheux impactent en général le filet et les forces dynamiques sont alors transférées aux poteaux via les câbles. Par conséquent, les équations dérivées de ces approches n'ont pas pu être directement appliquées pour étudier le comportement du poteau dans la barrière souple lors de l'impact.

A notre connaissance, ce concept d'analyse de flambement dynamique n'a pas été mis en œuvre dans les modèles numériques qui simulent la réponse des barrières souples lors d'impacts de blocs rocheux (Coulibaly, 2017), (Zhao et al., 2020). Le poteau est généralement considéré comme un corps rigide. Pour pallier ce problème, un modèle numérique 3D est proposé dans cet article pour analyser le flambement dynamique des poteaux de la barrière souple C2ROP. En fonction de la valeur des forces extérieures et des conditions aux limites du poteau, un algorithme basé sur la méthode des différences finies pour le calcul des dérivées spatiales et temporelles est utilisé pour résoudre les équations de flambement dynamique d'Euler-Bernoulli en 3D.

2. Poteaux de la barrière souple C2ROP: description, charges et conditions-limites

Dans le cadre du projet national C2ROP (Chute de blocs, Risques Rocheux et Ouvrages de Protection), des essais d'impact en vraie grandeur ont été réalisés sur une barrière spécifiquement développée, la barrière souple C2ROP illustrée sur la figure 1a (Olmedo et al., 2020). Le poteau de cette barrière est creux, en acier de nuance S235, d'une longueur de 2,75 m, d'un diamètre de 0,089 m, d'une épaisseur de 0,008 m et d'une inclinaison de 5 degrés vers l'amont par rapport à l'horizontal. La nappe de filets est située en aval des poteaux et n'est pas directement reliée au poteau. Elle n'impose donc aucune charge directe aux poteaux en cas d'impact de blocs. Comme le montre la figure 1c, la tête du poteau est reliée aux câbles longitudinaux, aux haubants amont, aux câbles latéraux et à un câble de fermeture (dans le cas des poteaux d'extrémité de l'ouvrage). Les poteaux sont ainsi conçus pour résister aux forces de compression et aux forces latérales imposées par les câbles et pour transférer les charges aux ancrages de la barrière pendant l'impact. Les câbles reliés à la tête du poteau jouent un rôle crucial en limitant le déplacement de l'extrémité supérieure du poteau. Cette configuration garantit que, bien que la tête de poteau puisse se déplacer sous l'effet des forces appliquées, son déplacement est limité en raison de la rigidité du système de câbles. Comme le montre la figure 1b, le pied du poteau est conçu avec une articulation, ce qui permet une rotation. Cette rotation est matériellement limitée dans le plan horizontal par deux plaques verticales placées de part et d'autre du pied du poteau et dans le plan vertical par une plaque placée sous la base du poteau.



Figure 1 a. barrière souple C2ROP, b. pied de poteau, c. tête du poteau

3. Méthodologie

En ingénierie des structures, le flambage dynamique a été analysé dans plusieurs cadres théoriques tels que les théories des poutres d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko. La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli, avec son hypothèse de sections restant planes et normales à l'axe neutre de la poutre, simplifie la nature complexe du flambage mais ne parvient pas toujours à prendre en compte la déformation par cisaillement et les effets de rotation, en particulier avec des poutres plus courtes et plus épaisses. Dans l'étude du flambement dynamique, le rapport entre la longueur et les dimensions de la section transversale, influence de manière significative le comportement de flambement des poteaux (Adhikary et al., 2012). Dans notre étude, ce rapport est égal à 31. Pour les poteaux dont le rapport d'élançement est supérieur à 6, il est admis que la théorie d'Euler-Bernoulli peut fournir une précision suffisante, où les effets de cisaillement et d'inertie de rotation deviennent moins prononcés (Amir Reza et Tabkhi Wayghan, 2021). Par conséquent, pour cette étude, la théorie d'Euler-Bernoulli est retenue pour l'analyse du flambement des poteaux.

3.1. Approche Euler-Bernoulli

Pour dériver la formule d'Euler-Bernoulli sur un poteau en trois dimensions, on considère un élément différentiel de longueur dy (figure 2).

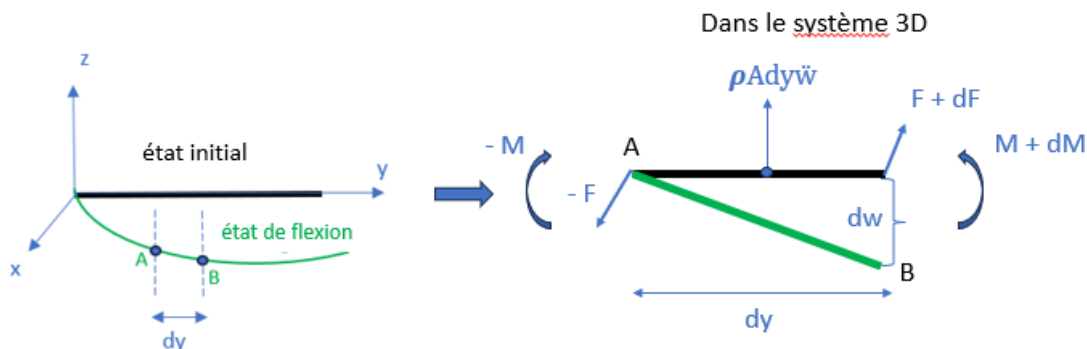


Figure 2 : Éléments différentiel de poutre

Sous l'effet des charges extérieures, la poutre est déformée selon le vecteur position AB et le déplacement transversal dw , où les charges extérieures sont équilibrées par un vecteur force interne F , un vecteur moment interne M et une accélération transversale w'' (équation (1)):

$$F = \begin{bmatrix} Q_x \\ N \\ Q_z \end{bmatrix} \quad \& \quad M = \begin{bmatrix} M_x \\ 0 \\ M_z \end{bmatrix} \quad \& \quad w = \begin{bmatrix} w_x \\ 0 \\ w_z \end{bmatrix} \quad \& \quad \dot{w} = \begin{bmatrix} \dot{w}_x \\ 0 \\ \dot{w}_z \end{bmatrix} \quad \& \quad AB = \begin{bmatrix} -dx \\ dy \\ -dz \end{bmatrix} \quad (1)$$

Q_x et Q_z sont les forces de cisaillement dans les directions x et z respectivement, N est charge axiale imposée au poteau. M_x et M_z sont les moments dans les directions x et z la respectivement. L'accélération et le moment transversal dans la direction y sont négligés car l'inertie axiale et la rotation de torsion sont négligées.

En écrivant l'équilibre des forces, nous obtenons:

$$F - (F + dF) + \rho A dy \ddot{w}(y, t) = 0 \quad (2)$$

$$D'où \begin{cases} \frac{dQ_x(y,t)}{dy} = \rho A \ddot{w}_x(y, t) \\ \frac{dQ_z(y,t)}{dy} = \rho A \ddot{w}_z(y, t) \end{cases} \quad (3)$$

En écrivant l'équilibre des moments autour du point A, nous obtenons:

$$-M + M + dM + (AB) \times (F + dF) + \rho A dy \ddot{w}(y, t) * \frac{dy}{2} = 0$$

En négligeant les termes différentiels du second ordre et en projetant le long des directions x et z , nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dM_x(y,t)}{dy} + Q_z(y, t) + N(t) \frac{dw_z(y,t)}{dy} = 0 \\ \frac{dM_z(y,t)}{dy} - Q_x(y, t) - N(t) \frac{dw_x(y,t)}{dy} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

En différenciant par rapport à dy et en réarrangeant les équations, nous obtenons :

$$\begin{cases} \rho A \ddot{w}_z(y, t) = -\frac{d^2 M_x(y,t)}{dy^2} - N(t) \frac{d^2 w_z(y,t)}{dy^2} \\ \rho A \ddot{w}_x(y, t) = \frac{d^2 M_z(y,t)}{dy^2} - N(t) \frac{d^2 w_x(y,t)}{dy^2} \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} M_x(y, t) = +EI_{xx} \frac{d^2 w_x}{dy^2} + EI_{xz} \frac{d^2 w_z}{dy^2} \\ M_z(y, t) = -EI_{zz} \frac{d^2 w_z}{dy^2} - EI_{xz} \frac{d^2 w_x}{dy^2} \end{cases} \quad (5)$$

M_x et M_z sont les moments de flexion le long de l'axe x et de l'axe z respectivement. Nous proposons de résoudre l'équation 5 numériquement à l'aide de la méthode des différences finies.

3.2. Méthode numérique développée et validation

La méthode des différences finies est l'une des techniques utilisées pour résoudre les équations différentielles qui ne peuvent être résolues analytiquement. Le principe est de discrétiser le domaine du problème de façon uniforme. Dans l'analyse du flambement dynamique des poteaux, il est possible d'effectuer une discrétisation par la méthode des différences finies à la fois dans l'espace et dans le temps, ce qui permet d'obtenir les réponses spatiales et temporelles du système (Zhang et al., 2019).

Le poteau de longueur L est ainsi discrétisé en n nœuds. Pour la différentiation spatiale, les calculs du premier nœud, des nœuds intermédiaires et du dernier nœud sont effectués en utilisant respectivement la différence directe (eq. 7), la différence centrale (eq. 9) et la différence inverse (eq. 10) avec une erreur d'ordre $o(h^2)$ ($h=L/n$). Les calculs des vitesses et des positions sont réalisés avec les différences directes (eq. 6) et centrales (eq. 8) respectivement au premier pas de temps et pour le reste de la simulation avec une erreur d'ordre $o(h)$ (Randal 2005).

$$f'(x) = \frac{f(x_{i+1})-f(x_i)}{h} \quad O(h) \quad (6)$$

$$f''(x) = \frac{-f(x_{i+3})+4f(x_{i+2})-5f(x_{i+1})+2f(x_i)}{h^2} \quad O(h^2) \quad (7)$$

$$f'(x) = \frac{f(x_{i+1})-f(x_{i-1})}{h} \quad O(h) \quad (8)$$

$$f''(x) = \frac{f(x_{i+1})-2f(x_i)+f(x_{i-1}))}{h^2} \quad O(h^2) \quad (9)$$

$$f''(x) = \frac{f(x_i)-2f(x_{i-1})+f(x_{i-2}))}{h^2} \quad O(h^2) \quad (10)$$

4. Comportement des poteaux de la barrière souple C2ROP soumis à impact

Un modèle numérique pour simuler les impacts sur la barrière C2ROP (figure 1) a été développé dans (Coulibaly et al.,2019). Il permet de calculer via la méthode des éléments discrets (DEM), les déformations et les forces au sein de la structure lors d'un impact, sans considérer le modèle présenté dans cet article. A partir des résultats de la simulation d'impacts en différents points, les forces s'exerçant sur la tête des poteaux sont extraites à chaque pas de temps et servent de données d'entrée du chargement dans le modèle proposé dans cet article. Par ailleurs, les simulations numériques de la barrière souple sous différentes positions d'impact ont montré que les poteaux extérieurs sont soumis à des chargements plus importants que les poteaux intérieurs (Coulibaly 2017). C'est pourquoi nous analysons le comportement vis à vis du flambage du poteau extérieur P4 dans cette étude (Figures 1 et 3). Il a été discrétisé en 26 nœuds selon un pas $dy = 0,11$ m et considérant un pas de temps $dt = 10e-5$ s (comme les simulations numériques de la barrière) pour atteindre la convergence. Différentes positions d'impact ont été simulées comme le montre la figure 3: centre du module central (1), centre du module lateral (2), proche du pied de poteau P4 (3) et proche de la tête du poteau P4 (4).

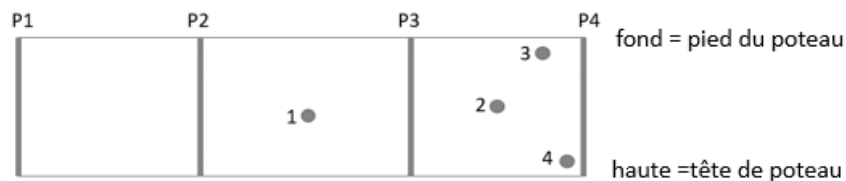


Figure 3 : Impacts simulés

4.1 Déplacements latéraux le long du poteau

Les gammes de valeurs des déplacements latéraux dans les 4 simulations sont présentées dans le tableau 1. L'analyse du tableau 1 et de la figure 4 montre clairement que la plage des déplacements latéraux est plus large lorsque l'impact est plus proche du poteau puis de sa tête C'est pourquoi dans la suite, par souci de concision, seuls les résultats des simulations 1 et 4 sont présentés.

Tableau 1 : déflexions latérales

Position de l'impact	Wx (m)	$ (Wx_{max}) /L$	Wz (m)	$ (Wz_{max}) /L$
1	-0.02 - 0	0.72 %	0-0.02	0.72 %
2	-0.01-0.01	0.36 %	-0.02-0.01	0.72 %
3	-0.01-0.02	0.72 %	-0.04-0.02	1.44 %
4	-0.01-0.02	0.72 %	-0.04-0.02	1.44 %

4.2 Formes modales des vibrations du poteau

Afin de reproduire le mouvement oscillatoire du poteau, 5 instants ont été extraits de la simulation temporelle complète (0,5 s). La déformation du poteau est représentée toutes les 0,1 s sur la figure 4 pour les simulations 1 et 4. On rappelle que le mode 0 indique que le poteau est uniquement en mouvement de rotation et qu'il n'existe pas de mode de vibration. La figure 4 indique que le mouvement oscillatoire lors de l'impact en position 1 est limité au premier mode de vibration dans les deux directions x et z. Par contre, le mouvement oscillatoire lors de l'impact en position 4 atteint le 3e mode de vibration dans la direction x et le 6e mode dans la direction z. Cela indique donc que lors de l'impact en position 4, des forces plus importantes imposées au poteau entraînent des formes de mode de vibration plus élevées. Cependant il n'y a pas de flambage des poteaux constaté. Les modes de vibration supérieurs dans un poteau démontrent sa flexibilité, mais ils n'indiquent pas directement un flambage. Les préoccupations de flambage surviennent à partir de déplacements latéraux significatifs par rapport à la longueur du poteau ou d'une fréquence forcée réduite par rapport à la première fréquence naturelle. Cependant, même avec des modes supérieurs, le flambage est peu probable si les déplacements latéraux sont limités, comme le montre le Tableau 1. Cette limitation préserve l'intégrité structurelle et la rigidité du poteau, empêchant des déplacements ou des niveaux de contrainte critiques qui mèneraient à l'instabilité et garantissant la stabilité malgré les influences dynamiques.

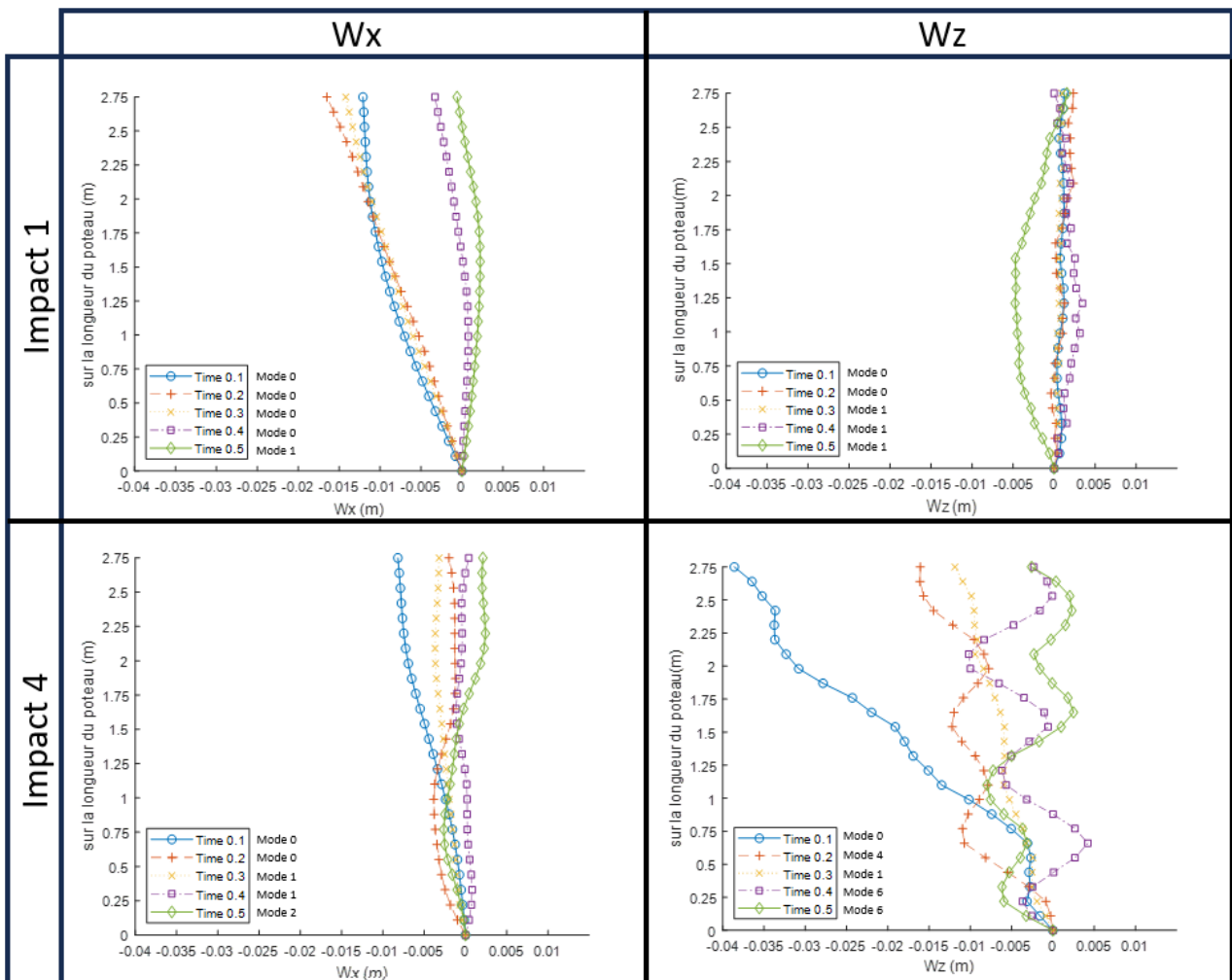


Figure 4 : Modes et formes de vibration

4.3 Déformation sur la longueur du poteau

Contrairement aux modèles numériques précédents qui modélisaient le poteau comme un élément rigide, notre approche discrétise le poteau en plusieurs points matériels, ce qui permet d'analyser la déformation le long du poteau. Toutefois, le poteau est considéré comme élastique. Dans cette section, on souhaite calculer la déformation de chaque élément discrétisé du poteau pour vérifier si le poteau reste dans de domaine élastique ou non. La déformation est calculée à partir de la longueur de chaque élément à chaque pas de temps où les coordonnées de chaque nœud sont calculées. La déformation calculée est comparée à sa valeur à la limite d'élasticité du S235, qui est de 0,11 %. La déformation sur la longueur du poteau lors des impacts en position 1 et 4 est représentée dans les figures 5a et 5b, respectivement. Lors de l'impact en position 1, la déformation maximale enregistrée est égale à 0,06%. La déformation dans le poteau ne dépasse donc pas la limite d'élasticité. Par contre, lors de l'impact en position 4, les valeurs de déformation atteignent des valeurs plus élevées que la limite d'élasticité. Dès $t=0,12s$, la déformation a dépassé la limite d'élasticité à la position 1,375 m avec une déformation de 0,123%. Cela indique qu'à partir de ce pas de temps, la simulation de la réponse du poteau n'est plus valide, puisque le poteau n'est plus dans le domaine élastique. Par conséquent, un comportement plastique du poteau doit être introduit dans le modèle développé. Etant donné que le module dans la phase plastique diminue de manière significative, ce qui entraîne une diminution de la rigidité latérale du poteau, il y a une forte possibilité de flambage dans le cas de la simulation 4, contrairement à la simulation 1 où le poteau reste dans le domaine élastique.

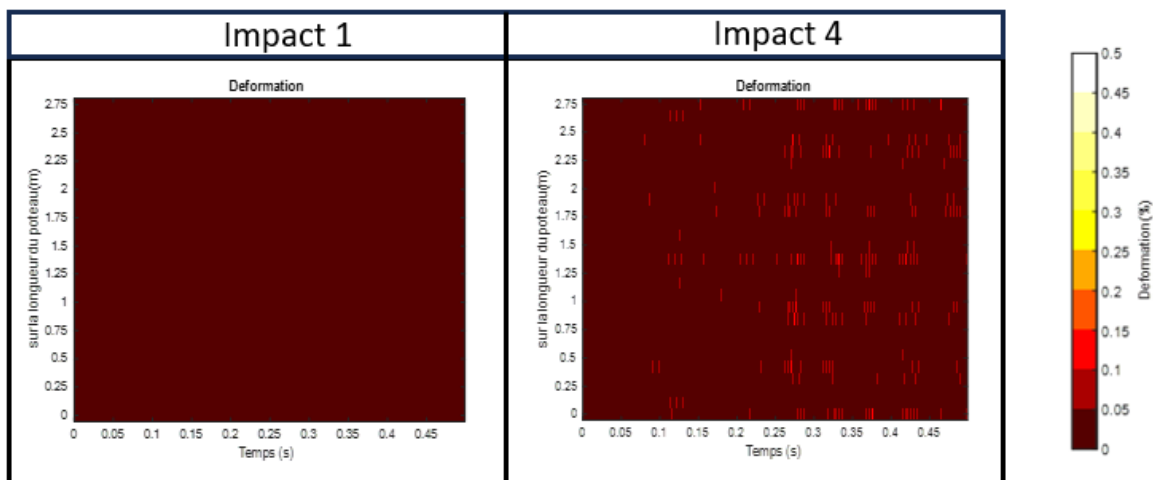


Figure 5 : Déformation sur la longueur du poteau

5. Conclusion et perspectives

Un modèle numérique 3D du comportement du poteau de la barrière C2ROP a été développé pour simuler sa réponse dynamique lors de différents scénarios d'impact, un impact central (1) et un impact près de la tête du poteau (4). Les résultats ont révélé des informations nouvelles et pertinentes sur le comportement du poteau dans différentes configurations d'impact. Il a notamment été constaté que les déplacements latéraux le long des poteaux augmentaient lorsque l'impact se produisait plus près du poteau.

Cette proximité du point d'impact a également entraîné l'excitation de modes de vibration plus élevés, indiquant une réponse dynamique complexe qui n'a pas été observée lors de l'impact central. En outre, l'analyse des déformations a montré que si le poteau est resté dans le domaine de la déformation élastique lors de l'impact en position 1, l'impact en position 4 a entraîné un comportement indiquant l'entrée dans le domaine de la déformation plastique. Ces résultats soulignent l'importance d'intégrer un modèle de matériau plus

complet dans les travaux futurs avec une intégration d'un modèle de comportement plastique. Par ailleurs, à terme après enrichissement du modèle de poteau, il sera intégré dans le modèle de comportement global de la barrière afin d'observer une interaction précise entre les 4 poteaux et les composants qui leur sont connectés. Cela permettrait de mieux comprendre le comportement des poteaux sous différents scénarios d'impact et d'améliorer la prédiction du comportement par les simulations numériques, en particulier dans les cas où la déformation dépasse la limite élastique.

6. Références bibliographiques

- Adhikary, S. D., Li, B., & Fujikake, K. (2012). Dynamic behavior of reinforced concrete beams under varying rates of concentrated loading. *International Journal of Impact Engineering*, 47, pp. 24-38.
- Budiansky, B., & Hutchinson, J. W. (1966). Dynamic buckling of imperfection-sensitive structures. In *Applied Mechanics: Proceedings of the Eleventh International Congress of Applied Mechanics Munich (Germany) 1964* (pp. 636-651). Springer Berlin Heidelberg.
- Coulibaly, J. (2017). *Modélisation numérique discrète du comportement mécanique sous impact des structures d'écrans de filets pare-pierres* (Doctoral dissertation, Université Grenoble Alpes).
- Coulibaly, J. B., Chanut, M. A., Lambert, S., & Nicot, F. (2019). Toward a generic computational approach for flexible rockfall barrier modeling. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 52(11), 4475-4496.
- Cui, S., Hao, H., & Cheong, H. K. (2002). Theoretical study of dynamic elastic buckling of columns subjected to intermediate velocity impact loads. *International journal of mechanical sciences*, 44(4), pp. 687-702.
- Dugelas, L. (2020). *Stratégies probabilistes appliquées à la modélisation numérique discrète: le cas des filets pare-pierres* (Doctoral dissertation, Université Grenoble Alpes [2020-....]).
- Hayashi, T., & Sano, Y. (1972). Dynamic buckling of elastic bars: 2nd report, the case of high velocity impact. *Bulletin of JSME*, 15(88), pp. 1176-1184.
- He, J. W., Zhao, L., Liu, Y. P., & Chan, S. L. (2021). Study of second-order effects of steel posts supporting rockfall flexible barriers. *ce/papers*, 4(2-4), pp. 2249-2254.
- Jones, N., & Dos Reis, H. L. M. (1980). On the dynamic buckling of a simple elastic-plastic model. *International Journal of Solids and Structures*, 16(11), pp. 969-989.
- Olmedo, I., Chanut, M. A., Douthe, C., Verdet, M., Galandrin, C., Dugelas, L., & Bertrand, D. (2020). Étude expérimentale multi-échelle sur les écrans pare-blocs: comportement des ouvrages hors cadre ETAG27. *Revue Française de Géotechnique*, (163), 8.
- Randall, J. L. (2005). Finite Difference Methods for differential equations. *A Math*, pp. 585.
- Wayghan, T., & Reza, A. (2022). *Development of Shear Plastic Hinge Models for Analysis of Reinforced Concrete Members* (Doctoral dissertation, Carleton University).
- Yu, Z. X., Zhao, L., Liu, Y. P., Zhao, S. C., Xu, H., & Chan, S. L. (2019). Studies on flexible rockfall barriers for failure modes, mechanisms and design strategies: a case study of Western China. *Landslides*, 16, 347-362.
- Zhao, L., Yu, Z. X., Liu, Y. P., He, J. W., Chan, S. L., & Zhao, S. C. (2020). Numerical simulation of responses of flexible rockfall barriers under impact loading at different positions. *Journal of Constructional Steel Research*, 167, 105953.
- Zhang, G., Han, Z., & Lu, G. (2018, March). Numerical Method of Dynamic Buckling of Bar Impacted by a Rigid Body. In *2018 International Conference on Mathematics, Modelling, Simulation and Algorithms (MMSA 2018)* (pp. 288-293). Atlantis Press.